第 51 講　新課程　期待値

例題 51 ー 1

１個のさいころを投げ，（出る目の数×100）円がもらえるとする。例えば 2 の目が出る場合，$2\times100=200$（円）がもらえる。このとき，もらえる金額の期待値を求めよ。

【Point Pickup】

類題 51 ー 1

500 円硬貨を 3 枚同時に投げて，表が出た硬貨を全部もらえるゲームがある。

(1)　このゲームでもらえる金額の期待値を求めよ。

(2)　このゲームの参加料が 700 円のとき，このゲームに参加することは得であるといえるか。

第51講　新課程　期待値

コインを4回投げて，(表の出る回数×100)円がもらえるゲームがある。

(1)　このゲームでもらえる金額の期待値を求めよ。

　[アイウ]円

(2)　このゲームの参加料が150円のとき，このゲームに参加することは得であるといえるか。

　[エ]

　①　得であるといえる　　②　得であるとはいえない

< Note >

第51講　新課程　期待値

例題51ー1

1個のさいころを投げ，(出る目の数×100)円がもらえるとする。例えば2の目が出る場合，2×100＝200(円)がもらえる。このとき，もらえる金額の期待値を求めよ。

1個のさいころを投げたとき，1～6のどの目が出る確率も $\frac{1}{6}$ である。

よって，もらえる金額 X と確率は以下のようになる。

X	100	200	300	400	500	600	計
確率	$\frac{1}{6}$	$\frac{1}{6}$	$\frac{1}{6}$	$\frac{1}{6}$	$\frac{1}{6}$	$\frac{1}{6}$	1

したがって，求める金額の期待値は

$$100\times\frac{1}{6}+200\times\frac{1}{6}+300\times\frac{1}{6}+400\times\frac{1}{6}+500\times\frac{1}{6}+600\times\frac{1}{6}=\frac{2100}{6}=\mathbf{350}\text{ (円)}$$

類題51ー1

500円硬貨を3枚同時に投げて，表が出た硬貨を全部もらえるゲームがある。

(1)　このゲームでもらえる金額の期待値を求めよ。

(2)　このゲームの参加料が700円のとき，このゲームに参加することは得であるといえるか。

(1)　500円硬貨を3枚同時に投げたとき

・表が3枚出る確率は　$\left(\frac{1}{2}\right)^3=\frac{1}{8}$

・表が2枚，裏が1枚出る確率は　${}_3C_2\left(\frac{1}{2}\right)^2\left(\frac{1}{2}\right)^1=\frac{3}{8}$

・表が1枚，裏が2枚出る確率は　${}_3C_1\left(\frac{1}{2}\right)^1\left(\frac{1}{2}\right)^2=\frac{3}{8}$

・裏が3枚出る確率は　$\left(\frac{1}{2}\right)^3=\frac{1}{8}$

よって，もらえる金額 X と確率は以下のようになる。

X	1500	1000	500	0	計
確率	$\frac{1}{8}$	$\frac{3}{8}$	$\frac{3}{8}$	$\frac{1}{8}$	1

したがって，求める金額の期待値は

$$1500\times\frac{1}{8}+1000\times\frac{3}{8}+500\times\frac{3}{8}+0\times\frac{1}{8}=\frac{1500+3000+1500}{8}=\frac{6000}{8}=\mathbf{750}\text{ (円)}$$

(2)　(1)より，得られる金額の期待値750円が，ゲームの参加料700円より大きいので，このゲームに参加することは**得であるといえる**。

第51講　新課程　期待値

コインを4回投げて，(表の出る回数×100)円がもらえるゲームがある。

(1)　このゲームでもらえる金額の期待値を求めよ。

アイウ 円

(2)　このゲームの参加料が150円のとき，このゲームに参加することは得であるといえるか。

エ

①　得であるといえる　　②　得であるとはいえない

解答例

(1)　コインを4回投げたとき

・表が4回，裏が0回出る確率は　$_4C_4\left(\frac{1}{2}\right)^4=\frac{1}{16}$

・表が3回，裏が1回出る確率は　$_4C_3\left(\frac{1}{2}\right)^3\left(\frac{1}{2}\right)^1=\frac{1}{4}$

・表が2回，裏が2回出る確率は　$_4C_2\left(\frac{1}{2}\right)^2\left(\frac{1}{2}\right)^2=\frac{3}{8}$

・表が1回，裏が3回出る確率は　$_4C_1\left(\frac{1}{2}\right)^1\left(\frac{1}{2}\right)^3=\frac{1}{4}$

・表が0回，裏が4回出る確率は　$_4C_0\left(\frac{1}{2}\right)^4=\frac{1}{16}$

である。

よって，もらえる金額 X と確率は以下の通り

X	400	300	200	100	0	計
確率	$\frac{1}{16}$	$\frac{1}{4}$	$\frac{3}{8}$	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{16}$	1

したがって，求める金額の期待値は

$$400\times\frac{1}{16}+300\times\frac{1}{4}+200\times\frac{3}{8}+100\times\frac{1}{4}+0\times\frac{1}{16}=\mathbf{200}\ (円)$$

(2)　(1)より，得られる金額の期待値200円が，ゲームの参加料150円より大きいので，このゲームに参加することは**得であるといえる**。